

# سیستم‌های کنترل بهینه

## Optimal Control Systems

نویسنده:

دسیننی سابارام نایدو

Desineni Subbaram Naidu

برگردان:

دکتر عبدالله شمیس

مهندس زهرا کیانی

انتشارات نیاز دانش

## مقدمه نویسنده:

بسیاری از سیستم‌های فیزیکی، شیمیایی و اقتصادی را می‌توان با روابط ریاضی مانند معادلات دیفرانسیل یا تفاضلی، قطعی یا تصادفی مدل کرد. این سیستم‌ها مطابق روابط دینامیکی نسبت به زمان یا هر متغیر مستقل دیگری تغییر می‌کنند. این سیستم‌ها را می‌توان بوسیله نوعی از ورودی‌های بیرونی یا کنترل‌ها از یک حالت به حالت دیگر منتقل کرد. اگر این کار انجام‌پذیر باشد، ممکن است راه‌های مختلفی برای انجام یک کار مشابه موجود باشد. اگر راه‌های مختلفی برای انجام یک کار وجود داشته باشد، ممکن است یکی از این راه‌ها بهترین باشد. این بهترین راه، ممکن است حداقل زمان رفتن از یک حالت به حالت دیگر یا حداکثر نیروی پیشراننده تولید شده بوسیله موتور راکت باشد. ورودی اعمال شده به سیستم در بهترین شرایط را کنترل بهینه می‌گویند. معیار بهترین راه یا عملکرد را شاخص عملکرد یا تابع هزینه می‌گویند. بنابراین، وقتی که سیستم به روش بهینه‌ای کنترل شود که یک شاخص عملکرد را برآورده کند، یک سیستم کنترل بهینه داریم. تئوری کنترل بهینه یک دوره‌ی شکوفایی دو دهه‌ای را پس از ارائه تئوری کنترل مدرن در حدود سال ۱۹۶۰ سپری کرده است. جنبه‌های عملی و تئوری این موضوع بدلیل جذابیت‌های کاربردهای آن در شاخه‌های متعددی مانند سیستم‌های قدرت، هوافضا، پروسه‌های شیمیایی، اقتصاد، پزشکی، زیست‌شناسی و بوم‌شناسی تداوم یافته است.

## اهداف و دورنما

در این کتاب به کنترل سیستم‌های فیزیکی دینامیکی که با معادلات دیفرانسیل یا تفاضلی معمولی بیان می‌شوند (برخلاف سیستم‌های استاتیکی بیان شده با معادلات جبری) پرداخته می‌شود. علاوه بر این، تمرکز روی سیستم‌های قطعی و نه سیستم‌های تصادفی است.

توسعه تئوری کنترل بهینه در دهه شصت حول اصل حداکثر می‌چرخید که بوسیله یک ریاضیدان روسی با نام پونتریاگین و همکاران دانشگاهی‌اش اولین بار به زبان انگلیسی در ۱۹۶۲ ارائه شد. کارهای بعدی توسط کالمن از ایالات متحده انجام شد. پس از آن کتاب‌های ممتاز زیادی در تئوری کنترل بهینه در سطوح مختلف مهارتی منتشر شد.

این کتاب برای دانشجویان نوشته شده است و سعی دارد روش‌های عملیاتی ساده‌ای با ریاضیات مربوط به آن برای دانشجویان فراهم کند. مشخصه دیگر این کتاب چیدمان تمامی مطالب به گونه‌ای است که کلاس یک ترمی را پوشش دهد. ویژگی خاص این کتاب ارائه روال‌ها در جدول خلاصه مطلب به صورت بیان مسئله و حل گام به گام آن است. علاوه بر این، نرم‌افزار متلب و سیمولینک شامل جعبه‌ابزارهای سیستم کنترل و ریاضیات سمبولیک نیز در کتاب مورد استفاده قرار گرفته‌اند. این کتاب برای یک درس تحصیلات تکمیلی یک ترمی سطح دوم در سیستم‌های کنترل و بهینه‌سازی مناسب است.

## پیش‌نیازها و مخاطبان

این کتاب درسی تحصیلات تکمیلی سطح دوم است و به همین دلیل پیش‌نیازهای استفاده از این کتاب، درس سیستم‌های کنترل مقدماتی، تحلیل فضای حالت یا تئوری سیستم‌های خطی است.

پیشنهاد می‌شود که دانشجوی مطالب پیوست‌های A و B در انتهای کتاب را مرور کند. این کتاب برای دانشجویان تحصیلات تکمیلی مهندسی برق، مکانیک، شیمی، هوافضا و ریاضی کاربردی مناسب است. علاوه بر این، محققین حرفه‌ای و مهندسی که در سازمان‌های تحقیقاتی و صنعتی مشغول به کار هستند، می‌توانند از آن بهره‌گیرند.

### **دسیننی ساپارام نایدو**

پوکاتلو، آیداهو

ژوئن ۲۰۰۲

## پیشگفتار مترجم

کتابی که در دست دارید یکی از جدیدترین و کاربردی‌ترین کتاب‌های مرجع در زمینه سیستم‌های کنترل بهینه است. نویسنده در این کتاب سعی کرده است که ضمن دوری از مطالب ریاضی سنگین، سرفصل‌های کنترل بهینه را به طور کامل و عمیق پوشش دهد. بیان ساده و گام به گام مسائل کنترل بهینه، جمع‌بندی کامل مطالب در انتهای هر بخش و پیوستگی مطالب کتاب، آن را به عنوان یک مرجع کامل برای دانشجویان تحصیلات تکمیلی رشته‌های مهندسی برق، مکانیک، شیمی، هوافضا و ریاضی کاربردی و نیز کلیه محققین حرفه‌ای سازمان‌های تحقیقاتی و صنعتی در آورده است. همچنین، بیان مسائل بهینه‌سازی و راه‌حل‌های آنها به زبانی ساده و گام به گام، این کتاب را برای ارائه در یک ترم درسی بسیار مناسب کرده است. یکی از ویژگی‌های خوب این کتاب ارائه صورت مسئله و روش حل آن در یک جدول خلاصه مطلب در انتهای هر بخش است که مرور سریع آن را برای دانشجویان میسر می‌کند. علاوه بر این، استفاده از نرم‌افزار متلب و سیمولینک در حل مسائل و ارائه برنامه‌های کاربردی در متن اصلی و در پیوست‌های کتاب از دیگر ویژگی‌های جالب این کتاب است.

در سال‌های گذشته بر حسب علاقه بر آن شدیم تا کتاب حاضر را برای استفاده عزیزان علاقمند به این حوزه علمی به نثری روان در آوریم. آن چه برای ما خیلی مهم بود، یکدستی و روانی متن و نیز کمترین دخل و تصرف در جملات کتاب اصلی است، تا ضمن حفظ امانت نویسنده صاحب اثر، بتوانیم کتابی به زبان شیرین پارسی برای علاقمندان ارائه کنیم.

حال که به لطف خداوند، کتاب به ویرایش دوم رسیده است و با وجود اینکه خیلی تلاش شده تا کمترین نقصی در ترجمه و تدوین کتاب نباشد، ولی خطای انسانی جزء جدا نشدنی هر ساخته دست بشر است. امیدوارم که شما سرور گرامی با نظرات و پیشنهادات خود در مورد متن کتاب، ما را برای انجام کارهای مشابه دلگرم نمایید.

پست الکترونیکی: shamisa@aut.ac.ir; shamisa@outlook.com دکتر عبدالله شمیسا  
پست الکترونیکی: zkiani@outlook.com مهندس زهرا کیانی

## فهرست مطالب

صفحه

عنوان

### فصل اول /مقدمه..... ۱۱

۱۱	۱- مقدمه
۱۱	۱-۱- کنترل مدرن و کلاسیک
۱۴	۲-۱- بهینه‌سازی
۱۵	۳-۱- کنترل بهینه
۱۵	۱-۳-۱- پروسه
۱۵	۲-۳-۱- شاخص عملکرد
۱۹	۳-۳-۱- محدودیت‌ها یا قيود
۱۹	۴-۳-۱- بیان صورت مسئله برای سیستم کنترل بهینه
۲۰	۴-۱- تاریخچه مسئله
۲۱	۱-۴-۱- حساب تغییرات
۲۳	۲-۴-۱- تئوری کنترل بهینه
۲۴	۵-۱- مروری بر فصول کتاب
۲۵	۶-۱- مسائل

### فصل دوم /حساب تغییرات و کنترل بهینه..... ۲۷

۲۷	۲- حساب تغییرات و کنترل بهینه
۲۸	۱-۲- مفاهیم پایه
۲۸	۱-۱-۲- تابع و تابعک
۲۸	۲-۱-۲- نمو
۳۰	۳-۱-۲- دیفرانسیل و تغییرات
۳۲	۲-۲- مقدار بهینه یک تابع و یک تابعک
۳۵	۳-۲- مسئله پایه تغییرات
۳۵	۱-۳-۲- سیستم با زمان و حالت انتهایی ثابت
۳۹	۲-۳-۲- مباحثی در مورد معادله اویلر-لاگرانژ
۴۱	۳-۳-۲- حالت‌های مختلف معادله اویلر-لاگرانژ
۴۴	۴-۲- تغییرات دوم
۴۶	۵-۲- بهینه‌سازی توابع تحت شروط یا محدودیت‌ها

۴۹	۱-۵-۲- روش مستقیم
۵۰	۲-۵-۲- روش ضرب‌کننده‌های لاگرانژ
۵۳	۶-۲- بهینه‌سازی تابع‌ها تحت شروط یا محدودیت‌ها
۶۰	۷-۲- روش تغییرات در سیستم‌های کنترل بهینه
۶۰	۱-۷-۲- مسئله هزینه انتهای
۶۸	۲-۷-۲- انواع سیستم‌ها
۶۹	۳-۷-۲- شرط کافی
۷۰	۴-۷-۲- خلاصه روش پونت‌ریاگین
۸۴	۸-۲- خلاصه روش تغییرات
۸۴	۱-۸-۲- مرحله ۱: بهینه‌سازی یک تابع
۸۵	۲-۸-۲- مرحله ۲: بهینه‌سازی یک تابع تحت قید یا محدودیت
۸۶	۳-۸-۲- مرحله ۳: سیستم کنترل بهینه با فرمول‌بندی لاگرانژین
۸۷	۴-۸-۲- مرحله ۴: سیستم کنترل بهینه با فرمول‌بندی هامیلتون: اصل پونت‌ریاگین
۹۰	۵-۸-۲- خصوصیات برجسته
۹۳	۹-۲- مسائل

## فصل سوم / سیستم‌های کنترل بهینه خطی مربعی (۱) ..... ۹۷

۹۷	۲- سیستم‌های کنترل بهینه خطی مربعی - بخش اول
۹۷	۱-۳- تدوین مسئله
۱۰۰	۲-۳- تنظیم‌کننده خطی مربعی با افق متناهی
۱۰۴	۱-۲-۳- خصوصیات تقارن ماتریس ضرایب ریکاتی
۱۰۴	۲-۲-۳- کنترل بهینه
۱۰۵	۳-۲-۳- شاخص عملکرد بهینه
۱۰۷	۴-۲-۳- خلاصه مسئله تنظیم‌کننده خطی مربعی افق متناهی: نوع متغیر با زمان
۱۰۸	۵-۲-۳- خصوصیات برجسته
۱۱۲	۶-۲-۳- سیستم LQR برای شاخص عملکرد جامع
۱۱۲	۳-۳- حل تحلیلی معادله دیفرانسیل ماتریسی ریکاتی
۱۱۵	۱-۳-۳- پیاده‌سازی حل تحلیلی معادله دیفرانسیل ماتریسی ریکاتی به وسیله نرم‌افزار متلب
۱۲۰	۴-۳- سیستم LQR با افق نامتناهی (۱)
۱۲۱	۱-۴-۳- خلاصه مسئله تنظیم‌کننده خطی مربعی افق نامتناهی: نوع متغیر با زمان
۱۲۲	۵-۳- سیستم LQR با افق نامتناهی (۲)
۱۲۴	۱-۵-۳- تعبیر مفهومی ضرایب ریکاتی
۱۲۵	۲-۵-۳- حل تحلیلی معادله جبری ریکاتی

- ۳-۵-۳- خلاصه مسئله تنظیم‌کننده خطی مربعی افق نامتناهی- نوع متغیر با زمان.....۱۲۵
- ۳-۵-۴- مسئله پایداری تنظیم‌کننده نامتغیر با زمان.....۱۳۰
- ۳-۵-۵- هم‌ارزی کنترل بهینه حلقه‌باز و حلقه‌بسته.....۱۳۱
- ۳-۶- نکات و مباحث.....۱۳۶
- ۳-۷- مسائل.....۱۳۶

#### فصل چهارم / سیستم‌های کنترل بهینه خطی مربعی (۲).....۱۴۱

- ۴- سیستم‌های کنترل بهینه خطی مربعی - بخش دوم.....۱۴۱
- ۴-۱- سیستم تعقیب خطی مربعی با افق متناهی.....۱۴۱
- ۴-۱-۱- خلاصه سیستم تعقیب خطی مربعی.....۱۴۶
- ۴-۱-۲- خصوصیات برجسته سیستم تعقیب.....۱۴۷
- ۴-۲- سیستم تعقیب خطی مربعی (LQT) با افق نامتناهی.....۱۵۶
- ۴-۳- سیستم تنظیم‌کننده با نقطه نهایی ثابت.....۱۵۷
- ۴-۴- سیستم LQR با درجه مشخصی از پایداری.....۱۶۲
- ۴-۴-۱- خلاصه سیستم تنظیم‌کننده با درجه پایداری از پیش تعیین شده.....۱۶۴
- ۴-۵- تفسیر حوزه فرکانس.....۱۶۶
- ۴-۵-۱- حدفاز و حدبهره.....۱۶۸
- ۴-۶- مسائل.....۱۷۳

#### فصل پنجم / سیستم‌های کنترل بهینه گسسته زمانی.....۱۷۷

- ۵- سیستم‌های کنترل بهینه گسسته زمانی.....۱۷۷
- ۵-۱- حساب تغییرات برای سیستم‌های گسسته زمانی.....۱۷۷
- ۵-۱-۱- بهینه‌سازی یک تابع.....۱۷۸
- ۵-۱-۲- تابع با هزینه انتهایی.....۱۸۲
- ۵-۲- سیستم‌های کنترل بهینه گسسته زمانی.....۱۸۳
- ۵-۲-۱- حالت نهایی ثابت و کنترل بهینه حلقه‌باز.....۱۸۷
- ۵-۲-۲- حالت نهایی آزاد و کنترل بهینه حلقه‌باز.....۱۸۹
- ۵-۳- سیستم تنظیم‌کننده خطی حالت گسسته زمانی.....۱۹۰
- ۵-۳-۱- کنترل بهینه حلقه‌بسته: معادله تفاضلی ماتریسی ریکاتی.....۱۹۱
- ۵-۳-۲- تابع هزینه بهینه.....۱۹۴
- ۵-۴- سیستم تنظیم‌کننده در حالت دائمی یا مانا.....۱۹۹
- ۵-۴-۱- حل تحلیلی معادله ریکاتی.....۲۰۵

۲۱۱	۵-۵- سیستم تعقیب خطی مربعی گسسته زمانی.....
۲۱۶	۵-۶- تفسیر حوزه فرکانس.....
۲۲۱	۵-۷- مسائل.....

## فصل ششم / اصل حداقل پونتریاگین ..... ۲۲۵

۲۲۵	۶- اصل حداقل پونتریاگین.....
۲۲۵	۶-۱- سیستم مقید.....
۲۲۸	۶-۲- اصل حداقل پونتریاگین.....
۲۳۱	۶-۲-۱- خلاصه اصل پونتریاگین.....
۲۳۳	۶-۲-۲- شرایط لازم اضافی.....
۲۳۵	۶-۳- برنامه ریزی پویا.....
۲۳۵	۶-۳-۱- اصل بهینگی.....
۲۳۹	۶-۳-۲- کنترل بهینه با استفاده از برنامه ریزی پویا.....
۲۴۲	۶-۳-۳- کنترل بهینه سیستم های گسسته زمانی.....
۲۴۸	۶-۳-۴- کنترل بهینه سیستم های پیوسته زمانی.....
۲۴۹	۶-۴- معادله هامیلتون- ژاکوبی- بلمن (HJB).....
۲۵۴	۶-۵- سیستم LQR با استفاده از معادله هامیلتون- ژاکوبی- بلمن.....
۲۵۸	۶-۷- مسائل.....

## فصل هفتم / سیستم های کنترل بهینه مقید ..... ۲۶۱

۲۶۱	۷- سیستم های کنترل بهینه مقید.....
۲۶۲	۷-۱- کنترل بهینه مقید.....
۲۶۳	۷-۱-۱- کنترل بهینه زمان برای سیستم های LTI.....
۲۶۳	۷-۱-۲- بیان صورت مسئله و تدوین آن.....
۲۶۴	۷-۱-۳- حل سیستم کنترل بهینه زمان (TOC).....
۲۷۰	۷-۱-۴- ساختار سیستم کنترل بهینه زمان.....
۲۷۲	۷-۲- کنترل بهینه زمان یک سیستم انتگرال گیر دو بل.....
۲۷۲	۷-۲-۱- بیان صورت مسئله و تدوین آن.....
۲۷۳	۷-۲-۲- حل مسئله.....
۲۷۹	۷-۲-۳- پیاده سازی مهندسی قانون کنترل.....
۲۸۰	۷-۲-۴- پیاده سازی قانون کنترل بهینه در سیمولینک متلب.....
۲۸۳	۷-۳- سیستم های کنترل بهینه سوخت.....

۲۸۴	۱-۳-۷- کنترل بهینه سوخت سیستم انگرل گیر دویل
۲۸۴	۲-۳-۷- بیان صورت مسئله و تدوین آن
۲۸۴	۳-۳-۷- حل مسئله
۲۹۲	۴-۷- سیستم با کمترین سوخت: سیستم LTI
۲۹۲	۱-۴-۷- بیان صورت مسئله
۲۹۲	۲-۴-۷- حل مسئله
۲۹۷	۳-۴-۷- پیاده‌سازی قانون کنترل به وسیله سیمولینک متلب
۳۰۱	۵-۷- سیستم‌های کنترل بهینه انرژی
۳۰۱	۱-۵-۷- بیان صورت مسئله و تدوین آن
۳۰۲	۲-۵-۷- حل مسئله
۳۱۳	۶-۷- سیستم‌های کنترل بهینه با قیود حالت
۳۱۳	۱-۶-۷- روش تابع جریمه
۳۱۸	۲-۶-۷- روش متغیر کمکی یا خنثی
۳۲۱	۷-۷- مسائل

۳۲۴	<b>پیوست A</b>
۳۳۹	<b>پیوست B</b>
۳۴۴	<b>پیوست C</b>